

# IZBOLJŠAN POSTOPEK DOLOČANJA STRIŽNEGA MODULA ZEMLJIN NA VSEH NIVOJIH DEFORMACIJE

## AN IMPROVED PROCEDURE FOR DETERMINING THE SHEAR MODULUS OF SOIL AT DIFFERENT STRAIN LEVELS

**Stanislav Lenart**

Zavod za gradbeništvo Slovenije, Dimičeva 12, 1000 Ljubljana, Slovenija  
stanislav.lenart@zag.si

*Prejem rokopisa – received: 2003-10-14; sprejem za objavo – accepted for publication: 2004-02-02*

Zemljine kot gradbeni material nastopajo najpogosteje v temeljih konstrukcij, pogosto pa so uporabljene tudi kot osnovni gradnik geotehničnih objektov. Pod vplivom obremenitev je njihovo vedenje izrazito plastično. Z naraščanjem deformacije se bistveno spreminja njihova togost, katere poznanje je posebej pomembno pri dinamičnih obremenitvah. Določanje velikosti strižnega modula pri zemljinah zahteva dolgotrajne laboratorijske preiskave. Strižni modul z naraščanjem deformacije upada, način spreminjanja vrednosti pa je odvisen od številnih dejavnikov. Različni avtorji so poskušali z empiričnimi formulami opisati te povezave, vendar so neuporabne za splošen primer.

Prispevek rešuje način določanja strižnega modula z združevanjem rezultatov resonančnega preskusa in navadne triosne preiskave. Na osnovi opravljenih laboratorijskih preiskav in združevanja njihovih rezultatov se pokaže kot zelo primerna količina za opisovanje deformacijskih lastnosti zemljin volumenska mejna deformacija. Količina pomeni vrednost, v območju katere se prične kazati vpliv ponavljanja obremenjevanja in vpliv hitrosti, s katero se deformira material. V tem območju postanejo zaradi zunanje obremenitve opazne spremembe pornih pritiskov v zemljini. Opisana zveza na osnovi poznane volumenske mejne deformacije zelo dobro določi vrednost strižnega modula za poljubno doseženo velikost strižne deformacije.

Možnost natančne napovedi vrednosti strižnega modula zemljine z minimalnimi izvedenimi laboratorijskimi preiskavami pomeni velik prihranek časa in pri stroških. V svoji osnovi je postopek uporaben za vse vrste zemljin, možna pa je tudi njegova aplikacija na druge vrste poroznih plastično deformabilnih materialov.

Ključne besede: zemljine, strižni modul, volumenska mejna deformacija, resonančni preskus, navadna triosna preiskava

Soils as construction materials are most frequently found in the foundations of different kinds of structures or as a base construction material in geotechnical structures. Soil behaves as a plastic material under loading conditions. As the deformation of soil increases, its stiffness changes. The stiffness of soil is very important in the case of dynamic loading conditions, and is described in terms of the shear modulus. Time-consuming laboratory tests are needed to determine the shear modulus. With an increase in the shear strain the shear modulus decreases. The reduction curve depends on several parameters. Different authors have suggested many empirical equations to describe the strain-modulus relation, but no general rule has been found.

This paper presents a way of combining the resonant column test and the routine triaxial test results. Based on this solution and performed laboratory tests, the volumetric threshold strain was identified as a possible parameter for a general strain-modulus relation. Above this strain the effect of cyclic stiffness degradation, as well as the effect of increasing shear strain rate, becomes apparent. An external load causes pore pressure changes in soil at this strain. A general expression for a shear-modulus reduction curve, dependent on the volumetric threshold strain, is shown in the paper. It is independent of the void ratio, the effective confining stress, the moisture content or the over-consolidation ratio.

The described expression determines the shear modulus value for any level of shear strain with minimal laboratory tests being required. This means huge savings of time and money. The procedure is appropriate for any kind of soil, and it can also be used for other kinds of porous, plastically deformable material.

Key words: soil, shear modulus, volumetric threshold strain, resonant column test, routine triaxial test

## 1 UVOD

Nelinearnost deformacijskih lastnosti zemljin se najbolj jasno izraža v odvisnosti strižnega modula in faktorja dušenja od velikosti deformacije. Z naraščanjem strižne deformacije vrednost strižnega modula upada, faktor dušenja pa narašča. Zveza med spreminjanjem obeh vrednosti z naraščanjem velikosti deformacije je odvisna od številnih parametrov in je zato težko opisljiva. Dva najbolj znana materialna modela za opis nelinearne zveze med napetostjo in deformacijo pri zemljinah<sup>1</sup> sta t. i. hiperbolični model z dvema parametroma in Ramberg-Osgoodov model, ki ga določajo štirje parametri. Njuna pomanjkljivost se izraža prav v številu potrebnih parametrov in preiskav za njihovo

določitev za vsak primer obravnavanega materiala posebej. Zato je logičen poskus vpeljave enega samega parametra, ki bi matematično izrazil zvezo med deformacijo in strižnim modulom ali dušenjem materiala.

Za izpeljavo enostavnejših izrazov se uporabi originalni hiperbolični napetostno deformacijski model (1.1):

$$\tau = \frac{\gamma}{a + b\gamma} \quad (1.1)$$

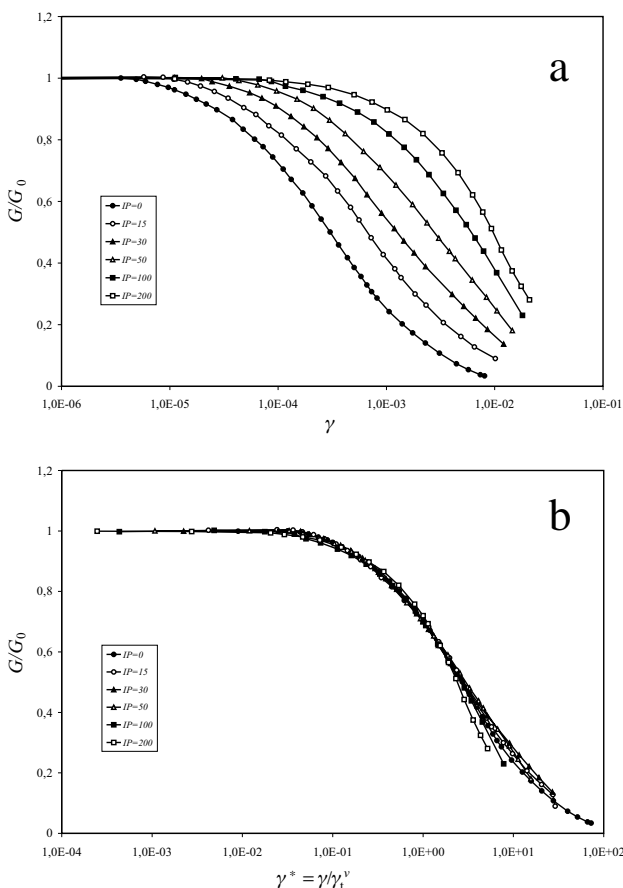
v katerem pomenita  $\tau$  strižno napetost in  $\gamma$  strižno deformacijo. Parametra  $a$  in  $b$  sta enaka obratno sorazmernim vrednostim maksimalnega strižnega modula in strižne napetosti. Vemo pa, da sta ti dve vrednosti odvisni od nivoja deformacije, zaradi česar se s tem

spreminjata tudi vrednosti parametrov. Na osnovi tega modela je predložena zveza <sup>2</sup> med normiranim strižnim modulom  $G/G_0$  in strižno deformacijo  $\gamma$ :

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{1+(\gamma/\gamma_{0,5})} \quad (1.2)$$

pri čemer je  $G$  strižni modul pri strižni deformaciji  $\gamma$ .  $G_0$  pomeni maksimalni (začetni) strižni modul,  $\gamma_{0,5}$  pa je strižna deformacija, pri kateri je razmerje  $G/G_0$  enako vrednosti 0,5 in je edini parameter enačbe. Upad vrednosti strižnega modula na polovico začetne vrednosti se zgodi že pri precej veliki strižni deformaciji, ki jo spremljajo tudi volumenske spremembe v materialu. Zato je za izbiro referenčne deformacije primernejša manjša vrednost, zato je predložena volumenska mejna deformacija. Na njeni osnovi so bile empirično določene ovojnice, <sup>3</sup> ki definirajo meje, v katerih se nahaja vrednost funkcije  $G/G_0(\gamma)$ .

Pri proučevanju deformacijskih lastnosti zemeljskih materialov igrata pomembno vlogo dve mejni strižni deformaciji. Prva je tista, ki pomeni mejo med linearnim in nelinearnim vedenjem zemljine. Imenujemo jo mejna



**Slika 1:** Normirani strižni modul  $G/G_0$  kot funkcija strižne deformacije  $\gamma$  in kot funkcija normirane strižne deformacije  $\gamma^* = \gamma/\gamma_t^v$  v odvisnosti od indeksa plastičnosti  $IP$  <sup>7</sup>

**Figure 1:** Normalized shear modulus  $G/G_0$  as a function of shear strain  $\gamma$  and normalized shear strain  $\gamma^* = \gamma/\gamma_t^v$ , affected by the plasticity index  $IP$  <sup>7</sup>

deformacija nelinearnosti  $\gamma_t^e$ . Vucetic <sup>4</sup> je za to mejno vrednost predložil deformacijo, pri kateri velja, da je razmerje med trenutnim in začetnim strižnim modulom  $G/G_0 = 0,99$ . Pri peskih se to območje začne že pri  $10^{-6}$ , pri večjih gramoznih frakcijah pri  $5 \cdot 10^{-6}$ , pri vezljivih zemljinah pa pri  $5 \cdot 10^{-5}$ .

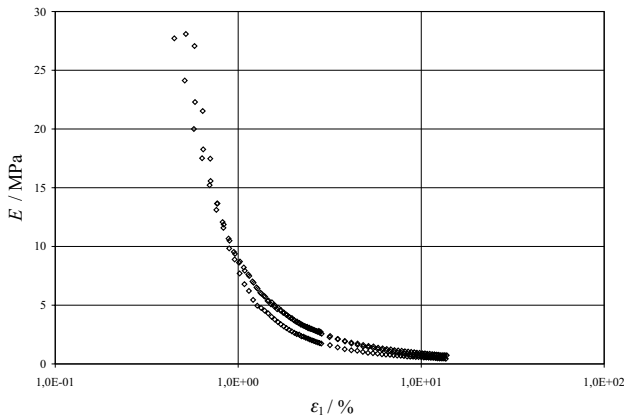
Druga vrsta mejne deformacije, volumenska mejna deformacija  $\gamma_t^v$ , pa pomeni začetek volumenskih sprememb materiala in se sklada z mejo, pri kateri se prično spremembe tudi pri pornem pritisku. V laboratorijskem preizkusu nasičenih peskov <sup>5</sup> in nasičenih glin <sup>6</sup> je bilo ugotovljeno, da se spremembe pornega pritiska v preizkušancu zgodijo šele, ko ciklična strižna deformacija preseže vrednost  $10^{-4}$  pri peskih in  $10^{-3}$  pri glinah.

Ugotovljeno je bilo, da so vrednosti mejnih deformacij manjše, če je efektivna napetost v zemljini nizka oziroma če je število ciklov obremenitve, ki privede do deformacije, veliko<sup>1</sup>. Poseben vpliv na spreminjanje strižnega modula in faktorja dušenja z deformacijo ima še indeks plastičnosti zemljine  $IP$ . Kot prikazuje **slika 1a**, se krivulja redukcije strižnega modula pomakne navzgor, če indeks plastičnosti zemljine naraste. Višji indeks plastičnosti pomeni tako tudi višje vrednosti mejnih deformacij. Z normiranjem strižne deformacije z volumensko mejno deformacijo dosežemo poenotenje zveze med strižnim modulom in strižno deformacijo (**slika 1b**).

## 2 LABORATORIJSKE PREISKAVE IN REZULTATI

Pri sestavljenih vzorcih izbranega prodnato peščenega melja sta bili opravljene dve vrsti laboratorijskih preiskav: navadna triosna preiskava in resonančni preskus. Njun cilj je bil, da se ugotovi velikost strižnega modula v dveh ekstremnih območjih velikosti strižnih deformacij. Vzorci so bili umetno sestavljeni v izbranem masnem razmerju glede na posamezne zastopane frakcije<sup>8</sup>. Suhi zmesi materiala se je za dosego želene vlažnosti  $w = 13\%$  dodala potrebna količina vode. Do vzpostavitve hidravličnega ravnotežja v zmesi se je zmes nato hranila do 24 ur v plastični vreči v vlažnostni komori. Natehtana, do prave stopnje navlažena količina materiala se je vgradila z rahlim tlačanjem v kalup izbranih dimenzij. Zaradi uporabe rezultatov eksperimentov za izpeljavo in dokazovanje zvez med velikostjo strižnega modula in strižno deformacijo, so bili potrebni identični vzorci materiala, kar je bilo doseženo s kontroliranim umetnim sestavljanjem vzorcev.

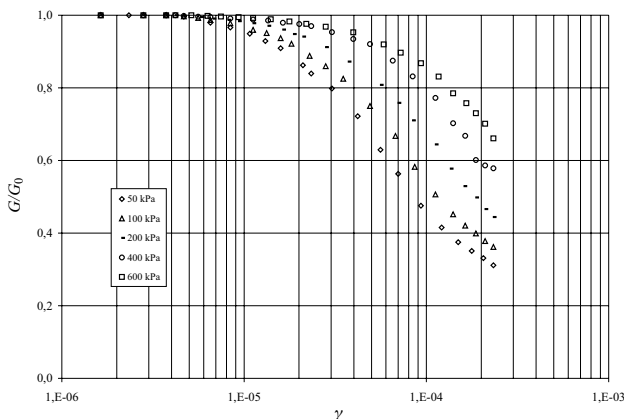
V navadnih triosnih napetostnih in deformacijskih celicah znamke ELE je bilo z nedreniranim konsolidiranim strižnim preizkusom preizkušanih pet vzorcev pri osnih deformacijah  $\varepsilon_1$ , večjih od 0,01. Premer vzorcev je bil 36 mm in višina 82,5 mm. Preizkušanci so bili preskušeni pri petih različnih začetnih vrednostih efektivnih napetosti: (60, 100, 120, 200 in 240) kPa. Ker poteka navadna triosna preiskava ob osnem obremenje-



**Slika 2:** Youngov modul, določen z navadno triosno preiskavo  
**Figure 2:** Young's modulus defined by the routine triaxial test

vanju preizkušancev, je njen rezultat zveza med Youngovim modulom in osno deformacijo  $\varepsilon_1$  (slika 2).

Postopek določanja deformacijskih lastnosti preiskovanega prodnato peščenega melja je vključeval tudi ugotavljanje karakteristik materiala pri majhnih deformacijah ( $< 10^{-4}$ ). Na Technical University – IST v Lizboni je bila v ta namen opravljena serija resonančnih preskusov<sup>8</sup>, ki naj bi odgovorili na vprašanje vedenja izbranega materiala v tem območju deformacij. Za resonančni preskus je bila uporabljena naprava tipa SEIKEN, model DTC-158, pri kateri je bil preizkušanec vpet na svoji spodnji mejni ploskvi in prost na svoji zgornji. Na zgornjem robu je bil preizkušanec z elektromagnetnim pogonskim sistemom torzijsko vzbujan s spreminjajočo se frekvenco. Strižni modul materiala je bil povratno določen na osnovi merjenega odziva, ugotovljene vrednosti resonančne frekvence in poznane geometrije vzorca ter robnih pogojev. Dimenzije vzorcev v primeru resonančnega preskusa so bile nekoliko večje, vzorci pa pripravljene na način, identičen tistemu pri navadni triosni preiskavi. Premer vzorcev je bil 7,0 cm,



**Slika 3:** Vpliv efektivne napetosti na upadanje vrednosti normiranega strižnega modula z naraščanjem deformacije pri resonančnem preskusu

**Figure 3:** Variation in normalized shear-modulus reduction curves with an effective confining stress in the case of the resonant column test

višina pa je bila 10,0 cm. Preizkušanje je potekalo večstopenjsko z izpostavljanjem vzorcev različnim vrednostim efektivnega napetostnega stanja. Uporabljene so bile efektivne napetosti: (20, 50, 70, 100, 200, 400, 500 in 600) kPa. Spreminjanje deformacijskih lastnosti materiala se je spremljalo z naraščanjem amplitude torzijskega vzbujanja vzorca po vsakokratni zaključeni primarni konsolidaciji (slika 3).

### 3 DOLOČEVANJE STRIŽNEGA MODULA NA VSEH NIVOJIH DEFORMACIJE

Pojav upadanja vrednosti strižnega modula z naraščanjem velikosti deformacije je poznan že dalj časa. Za potrebe različnih vrst analiz konstrukcij, v katerih nastopajo kot gradnik zemljine, je potrebno poznanje zveze med strižnim modulom in deformacijo. Literatura podaja poskuse opisa te zveze z različnimi enačbami, ki pa so za praktične primere zaradi številnih parametrov manj uporabne. Določevanje te zveze na osnovi eksperimenta je zamuden in drag postopek, poleg tega pa različne vrste preiskav potekajo pri različnih velikostih deformacij brez pokrivanja njihovega celotnega spektra, njihovi rezultati pa med seboj pogosto niti niso neposredno primerljivi.

Z eksperimentom so bile za izbrani preskusni material določene deformacijske lastnosti z navadno triosno preiskavo in resonančnim preskusom. Ker gre v enem primeru za osno deformiranje vzorca, v drugem pa za strižno, je potrebna najprej prevedba rezultatov na primerljiv nivo. Osne napetosti in deformacije prevedemo na strižne. Če razdelimo napetostno stanje v materialu na sferni del, ki vpliva na volumenske spremembe, in distorzijski del, ki vpliva na spremembo oblike preizkušanca, in upoštevamo osno simetrično napetostno stanje pri navadni triosni preiskavi, lahko zapišemo:

$$\varepsilon_i^d = \varepsilon_i - \frac{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}{3} \quad \text{za } i = 1, 2, 3 \quad (3.1)$$

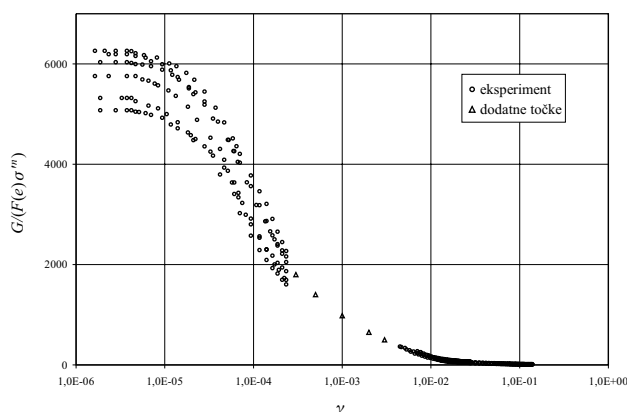
kjer pomeni  $\varepsilon_i$  deformacijo v smeri glavne normalne napetosti  $i$ ,  $\varepsilon_i^d$  pripadajočo strižno deformacijo,  $\varepsilon_1$  deformacijo v vertikalni smeri in  $\varepsilon_2$  radialno deformacijo. Za kombiniranje rezultatov resonančnega preskusa in navadne triosne preiskave nas zanima strižna deformacija  $\gamma = \varepsilon_1^d$ , pripadajoča osni deformaciji, dobljeni pri navadni triosni preiskavi. Iz enačbe (3.1) dobimo:

$$\varepsilon_1^d = \varepsilon_1 - \frac{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}{3} \quad (3.2)$$

torej:

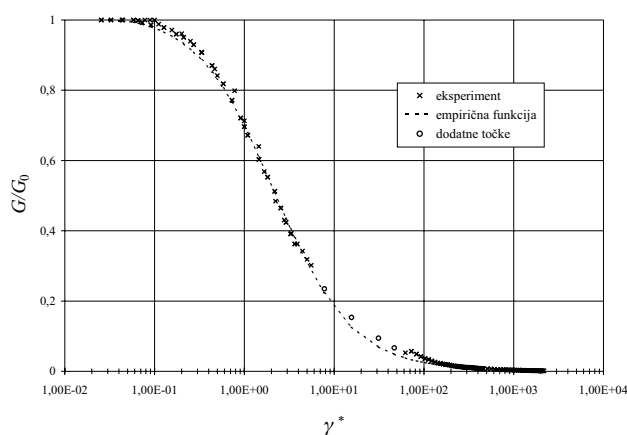
$$\gamma = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \quad (3.3)$$

Ker poteka navadna triosna preiskava v nedreniranih razmerah, velja:



**Slika 4:** Normiran strižni modul v odvisnosti od deformacije, dobljen z obema vrstama preiskav

**Figure 4:** Normalized shear-modulus reduction curve obtained with two testing procedures



**Slika 5:** Ujemanje rezultatov eksperimenta z empiričnim izrazom

**Figure 5:** Correlation of experimental results with empirical expression

$$\frac{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2}{3} = \varepsilon_v = 0 \quad (3.4)$$

iz česar lahko določimo vrednost Poissonovega količnika kot:

$$v = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = 0,5 \quad (3.5)$$

Rezultate navadne triosne preiskave, tj. Youngov modul  $E$  in osno deformacijo  $\varepsilon_1$ , želimo prevesti na strižni modul  $G$  in strižno deformacijo  $\gamma$ . Ob uporabi znanega Poissonovega količnika določimo najprej strižni modul:

$$G = \frac{E}{2(1+v)} = \frac{E}{3} \quad (3.6)$$

S kombiniranjem (3.3) in (3.5) lahko točno zapišemo tudi zvezo med osnimi in strižnimi deformacijami pri triosni nedrenirani preiskavi (3.7):

$$\gamma = \frac{2}{3}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = \frac{2}{3}\left(\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\varepsilon_1\right) = \varepsilon_1 \quad (3.7)$$

Tako izpeljane zveze nam omogočajo natančno pretvorbo rezultatov obeh vrst izvedenih preiskav na medsebojno primerljiv nivo. Ker je začetni strižni modul odvisen<sup>9</sup> od funkcije količnika por  $F(e)$  in efektivne napetosti  $\sigma'$ , rezultate preiskav dodatno normiramo z obema količnima. **Slika 4** prikazuje dobljene vrednosti.

Po zgledu iz uvoda normiramo strižno deformacijo z volumensko mejno deformacijo in dobimo novo normirano deformacijo  $\gamma^* = \gamma/\gamma_v$ . To povzroči poenotenje rezultatov (**sliki 1b in 5**). Te je mogoče objeti z empirično določenimi ovojnici<sup>3</sup>, za nadaljnje analize pa jih še raje aproksimiramo z zgolj eno funkcijo (3.8), izpeljano iz omenjenih ovojnic. Funkcija zelo dobro opiše zvezo med normiranim strižnim modulom in normiranimi strižnimi deformacijami. Ujemanje med njo in rezultati eksperimenta je prikazano na **sliki 5**.

$$\frac{G}{G_0} = \frac{1}{4} \left[ 2 - \tanh \left( 0,46 \ln \left( \frac{\gamma^* - 0,1}{3,4} \right) \right) - \tanh \left( 0,48 \ln \left( \frac{\gamma^*}{1,9} \right) \right) \right] \quad (3.8)$$

## 4 SKLEPI

Za določitev velikosti strižnega modula zemljin na vseh nivojih deformacije je mogoča uporaba rezultatov več različnih vrst preiskav, kot npr. resonančnega preskusa in navadne triosne preiskave, ki ju lahko združimo na opisani način. Ta je točen in enostaven. Prispevek pa opisuje tudi možnost približne določitve velikosti strižnega modula pri katerikoli velikosti strižne deformacije z uporabo volumenske mejne deformacije. Ta postopek zahteva minimalne laboratorijske preiskave, v svoji osnovi pa je uporaben za vse vrste zemljin z možnostjo aplikacije tudi na druge porozne plastično deformabilne materiale z osnovno strukturo, podobno zemeljski.

## ZAHVALA

Avtor se zahvaljuje doc. dr. Janku Logarju s Fakultete za gradbeništvo in geodezijo v Ljubljani za pomoč in usmerjanje in prof. A. Gomes Correii iz Technical University of Lisbon (IST), ki je omogočil uporabo laboratorijske opreme za potrebe predstavljenega dela. Ministrstvo za šolstvo, znanost in šport Republike Slovenije financira avtorjevo podiplomsko usposabljanje, za kar se mu iskreno zahvaljujem.

## 5 LITERATURA

- <sup>1</sup> Isihara, K. *Soil behaviour in earthquake geotechnics*, Science University of Tokyo, Clarendon Press, Oxford, 1996
- <sup>2</sup> Teachavorasinskun, S., Shibuya, S., Tatsuoka, F., Kato, H., Horii, N. Stiffness and damping of sands in torsional shear, *2<sup>nd</sup> International conference on recent advances in geotechnical earthquake engineering and soil dynamics*, St. Luis, MO, (Shamsher Prakash, eds.), University of Missouri-Rolla, Missouri, 1991, 103–110

- <sup>3</sup>Santos, J. A. *Behaviour of piles under lateral static and dynamic loading*, PhD Thesis, Technical University of Lisbon, Portugalska, 1999
- <sup>4</sup>Vucetic, M. Cyclic threshold shear strain in soils, *Journal of Geotechnical Engineering*, ASCE, 120 (1994) 12, 2208–2228
- <sup>5</sup>Dobry, R. Some basic aspects of soil liquefaction during earthquakes. Earthquake hazard and the design of constructed facilities in the Eastern United States. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 558 (1989), 172–82
- <sup>6</sup>Ohara, S. and Matsuda, H. Study on the settlement of saturated clay layer induced by cyclic shear, *Soil and Foundations*, 28 (1988), 103–113
- <sup>7</sup>Vucetic, M. Cyclic Characterization for seismic regions based on PI, *Proc. of the 13<sup>th</sup> International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, 1 (1994), 329–332
- <sup>8</sup>Lenart, S. *Resonant column test and cyclic shear test on a reconstituted moraine samples*, Research Report, Technical University of Lisbon, Portugal, 2002
- <sup>9</sup>Hardin, B. O. The nature of stress-strain behavior of soils, *Proc. Earthquake Engineering and Soil Dynamics Conference*, Pasadena, ASCE, V.I, 1978, 3–90